Wechselstromlehre

Kenngrößen:

$\omega = 2\pi \cdot f \;;\; f = \frac{1}{T} \;;\; u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_u) \;;\; \varphi = \varphi_Z = -\varphi_Y = \varphi_U - \varphi_I \;;\; \tan\varphi = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

Liniendiagramm:

Zeigerdiagramm:

$\frac{\text{Positiver}}{\text{Negativer}}$ Phasenwinkel oder $\frac{\text{Voreilung}}{\text{Nacheilung}}$ bedeutet eine Verschiebung der Sinuswelle im $\frac{\text{Links}-}{\text{Rechts}-}$ Sinn um den Winkel $\pm\varphi$

Mittelwerte: allgemein — Wechselgrößen

Gleichwert: $\bar{i} = \frac{1}{T} + \int_t^{t+T} i(t) \cdot dt \;;\quad \bar{i} = \bar{u} = 0$

Gleichrichtwert: $|\bar{i}| = \frac{1}{T} + \int_t^{t+T} |i(t)| \cdot dt \;;\quad \bar{i} = \frac{2 \cdot \hat{i}}{\pi} = 0{,}637 \cdot \hat{i}$

Effektivwert: $I = \sqrt{\sqrt{\frac{1}{T}} + \int_t^{t+T} |i(t)|^2 \cdot dt} \;;\quad I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} = 0{,}71 \cdot \hat{i}$

Scheitelfaktor: $k_S = \frac{\hat{u}}{U} \;;\quad k_S = \sqrt{2} \approx 1{,}41$

Formfaktor: $k_F = \frac{U}{|\bar{u}|} \;;\quad k_F = \frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{2}} \approx 1{,}11$

Grundzweipole:

Kondensator:

$X_C = -\frac{1}{\omega \cdot C} \;;\; B_C = \omega \cdot C \;;\; \varphi = -90°$

Spule:

$X_L = \omega \cdot L \;;\; B_L = -\frac{1}{\omega \cdot L} \;;\; \varphi = 90°$

Komplexe Wechselstromgrößen:

Komplexer Widerstand: $\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I}\angle\varphi_Z = Z\angle\varphi \;;\; |\underline{Z}| = Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + X^2} \;;\; \underline{Z} = R + jX$

Komplexer Leitwert: $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{1}{Z}\angle -\varphi = \frac{I}{U}\angle\varphi_i - \varphi_u = Y\angle\varphi_Y \;;\; Y = \frac{I}{U} = \sqrt{G^2 + B^2} \;;\; \underline{Y} = G + jB$

Leistung: $\underline{S} = S\angle\varphi = U \cdot I\angle\varphi \;;\; S = \sqrt{P^2 + Q^2} \;;\; \underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = \underline{Z} \cdot I^2 = \underline{Y}^* \cdot U^2 \;;\; \underline{S} = P + jQ$

$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi \;;\; \cos\varphi = \frac{P}{S} \;;\; S = U \cdot I \;;\; Q = S \cdot \sin\varphi \;;\; Q = P \cdot \tan\varphi \;;\; Q > 0$ induktiv ; $Q < 0$ kapazitiv

Kompensation: $Q = -B_p \cdot U^2$ (Parallel) ; $[Q = I^2 \cdot X_r$ (Reihe)$]$

Umwandlung in äquivalente Reihen- bzw. Parallelschaltung:

Reihen in Parallelschltg.: (mit $Z^2 = R^2 + X^2$)

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{Z}^*}{\underline{Z} \cdot \underline{Z}^*} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = G + jB \rightarrow G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2} \;;\; B = -j \cdot \frac{X}{R^2 + X^2} = -j \cdot \frac{X}{Z^2}$$

Parallel in Reihenschltg.: (mit $Y^2 = G^2 + B^2$)

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{G - jB}{G^2 + B^2} = R + jX \rightarrow R = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{G}{Y^2} \;;\; X = -j \cdot \frac{B}{G^2 + B^2} = -j \cdot \frac{B}{Y^2}$$

Leistungsanpassung:

Wirkleistungsanpassung: $P_{Last_{max}} = \frac{U_q^2}{4 \cdot R_i} \;;\; R_{Last} = R_i \;;\; X_{Last} = -X_i \;;\; \underline{Z}_{Last} = \underline{Z}_i^*$

Betragsanpassung: $P_{Lastopt} = \frac{U_q^2}{2 \cdot (R_i + Z_i)} \;;\; Z_i = R_L$

Reihenschwingkreis:

$X_L = X_C \rightarrow \omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} \Rightarrow \omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \;;\; f_{res} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \;;\; Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C})^2}$

Kennwiderstand: $Z_0 = \omega_r \cdot L = \frac{1}{\omega_r \cdot C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$ (ind. oder kap. Widerstand bei Resonanz)

Güte (Spannungsüberhöhung): $Q = \frac{\omega_r \cdot L}{R} = \frac{1}{\omega_r \cdot C \cdot R} = \frac{Z_0}{R} = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \;;\; Q = \frac{\text{Blindleistung}}{\text{Wirkleistung}}$

$\frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = Q$; Dämpfung: $d = \frac{1}{Q}$;

normierte Frequenz: $\Omega = \frac{\omega}{\omega_r} \rightarrow$ Verstimmung: $\nu = \frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} = \Omega - \frac{1}{\Omega} \rightarrow$

normierte Verstimmung: $V = Q \cdot \nu$; Frequenzgang: $\underline{F} = \frac{\underline{Z}}{R} = 1 + jV \;;\; F = \sqrt{1 + V^2}$

Grenzfrequenz: $\frac{P(\omega_g)}{P_{max}} = \frac{1}{2}$; (45° Verstimmung für $\nu = \pm 1$) ; $f_{g_o,g_u} = f_r \cdot (\sqrt{1 + \frac{1}{4 \cdot Q^2}} \pm \frac{1}{2 \cdot Q})$

Bandbreite: $b = f_{g_o} - f_{g_u} = \frac{f_r}{Q} = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot L}$; Durchlaßbereich: $\frac{b}{f_r} = \frac{1}{Q} = d$;

Mittenfrequenz: $f_m = f_r = \sqrt{f_{g_o} \cdot f_{g_u}}$

Parallelschwingkreis:

$B_L = B_C \rightarrow \omega \cdot C = \frac{1}{\omega \cdot L} \Rightarrow \omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \;;\; f_{res} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \;;\; Y = \sqrt{G^2 + (\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L})^2}$

Kennleitwert: $Y_0 = \omega_r \cdot C = \frac{1}{\omega_r \cdot L} = \sqrt{\frac{C}{L}}$ (ind. oder kap. Leitwert bei Resonanz)

Güte (Stromüberhöhung): $Q = \frac{\omega_r \cdot C}{G} = \frac{1}{\omega_r \cdot L \cdot G} = \frac{Y_0}{G} = \frac{1}{G} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \;;\; \frac{I_L}{I} = \frac{I_C}{I} = Q$

Frequenzgang: $\underline{F} = \frac{\underline{Y}}{G} = 1 + jV \;;\; F = \sqrt{1 + V^2}$; Bandbreite: $b = f_{g_o} - f_{g_u} = \frac{f_r}{Q} = \frac{G}{2 \cdot \pi \cdot C}$

Logarithmierte Größenverhältnisse:

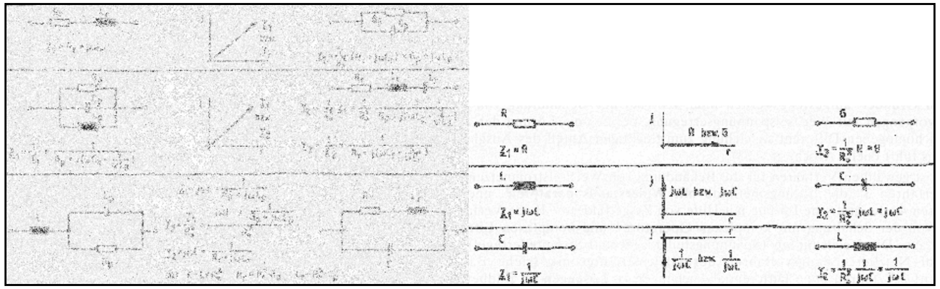
Übertragungmaß: $a_U = 20 \cdot \lg\frac{U_2}{U_1}\,dB \;;\; a_I = 20 \cdot \lg\frac{I_2}{I_1}\,dB \;;\; a_P = 10 \cdot \lg\frac{P_2}{P_1}\,dB$

Übertragungfaktor: $A_P = \frac{P_2}{P_1}$; $20dBm\Omega = 20 \cdot \lg\frac{R}{1m\Omega} \rightarrow R = 10^{\frac{20dB\Omega}{20}} \cdot 1m\Omega = 10m\Omega$

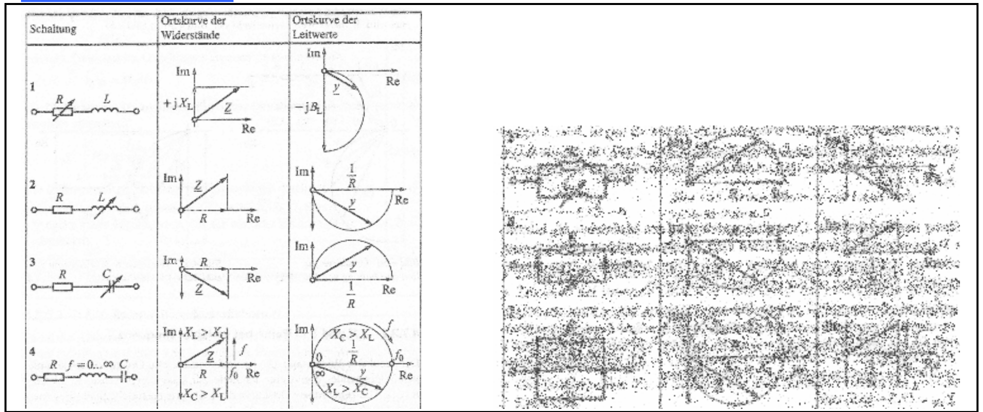
a in dB	-40	-30	-20	-10	-6	-3	0	3	6	10	20	30	40
A_P	10^-4	10^-3	10^-2	0,1	0,25	0,5	1	2	4	10	100	10^3	10^4
$A_{U,(I)}$	10^-2	√10^-3	0,1	√0,1	0,5	√0,5	1	√2	2	√10	10	√1000	100

Duale Schaltungen:

$$\underline{\text{Dualitätskonstante:}}\quad R_0^2 = \frac{R_S}{G_P} = \frac{L_S}{C_P} = \frac{L_P}{C_S}$$



Frequenzortskurven:



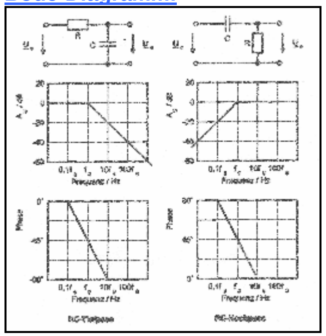
Übertragungsfunktionen, Übertragungsfaktor:

$$\text{Übertragungsfunktion:}\quad \underline{A} = \frac{\text{Ausgangsgr.}}{\text{Eingangsgr.}} \rightarrow \underline{A}_U = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1};\ \underline{A}_I = \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1};\ \underline{A}_P = \frac{\underline{S}_2}{\underline{S}_1};\ \underline{A}_Z = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1}$$

$$\text{Dämpfungsfaktor:}\quad \underline{D} = \frac{1}{\underline{A}} \quad ; \quad \text{Übertragungsfaktor:}\quad \underline{A}(\omega)$$

$$\text{Grenzfrequenz:}\quad \omega_g : \text{Re} = \text{Im} \quad ; \quad \text{Phasenwinkel:}\quad \varphi = \arctan\frac{\text{Im}}{\text{Re}}$$

Bode-Diagramm:



Drehstrom:

$$\underline{U}_1 = U_Y\angle 0 = U_Y\ ;\ \underline{U}_2 = U_Y\angle -120° = U_Y\cdot(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2});\ \underline{U}_3 = U_Y\angle 120° = U_Y\cdot(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$\underline{U}_{12} = \sqrt{3}\cdot U_Y\angle 30\ ;\ \underline{U}_{23} = \sqrt{3}\cdot U_Y\angle -90\ ;\ \underline{U}_{31} = \sqrt{3}\cdot U_Y\angle 150\ ;\quad \Rightarrow U_\Delta = U = \sqrt{3}\cdot U_Y$$

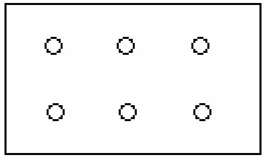
$$\underline{\Delta-\text{Schaltung:}}\quad U = U_\Delta\ ;\ I_\Delta = \frac{I}{\sqrt{3}}\ ;\ P_\Delta = 3\cdot P_Y\ ;\qquad \underline{Y-\text{Schaltung:}}\quad I = I_Y\ ;\ U_Y = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

$$\underline{\text{Synchronfrequenz:}}\quad f_S = n\cdot p\quad (p:\ \ \text{Polpaarzahl})\ ;\qquad \underline{\text{Schlupf:}}\quad n = n_o\cdot(1-s)$$

Drehstrommotor am 1~Netz (Steinmetz-Schaltung)->Betrieb mit Phasenschieber (6µF/100 W)

Linkslauf:

Rechtslauf:



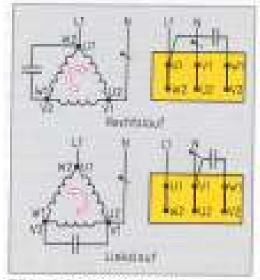


Bild 1: Drehstrommotor an Wechselspannung (Steinmetzschaltung)

3-Leiter Netz Y (sym.) / 4-Leiter Netz Y (sym.):

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_Y}{\underline{Z}} \rightarrow \underline{S} = \frac{U^2}{Z}\angle\varphi = 3\cdot\frac{U_Y^2}{Z}\angle\varphi = \sqrt{3}\cdot U\cdot I\angle\varphi = 3\cdot I^2\cdot Z\angle\varphi\ ;\ S = |\underline{S}|$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} = I\angle-\varphi\ ;\ \underline{I}_2 = I\angle -120° - \varphi\ ;\ \ \underline{I}_3 = I\angle 120° - \varphi$$

4-Leiter Netz Y (unsym.):

$$\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

3-Leiter Netz Δ (sym.):

$$I = \sqrt{3}\cdot I_\Delta = \sqrt{3}\cdot\frac{U}{Z}\quad ;\quad S_\Delta = 3\cdot\frac{U^2}{Z}\angle\varphi = 3\cdot S_Y$$

3-Leiter Netz Δ (unsym.):

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}\ ;\ \underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}\ ;\ \underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}\ ;$$

$$\underline{S} = \underline{U}_{13}\cdot\underline{I}_1^* + \underline{U}_{23}\cdot\underline{I}_2^*\quad (\text{Leistung im } 3-\text{Leiter}-\text{Netz})$$

(Aron-Schaltung)

3-Leiter Netz Y (unsym.) Künstlicher Sternpunkt:

$$\underline{U}_{KN} = \frac{\underline{U}_1\underline{Y}_1 + \underline{U}_2\underline{Y}_2 + \underline{U}_3\underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

Blindleistungskompensation:

$$Q_{auf} = n\cdot Q_C = n\cdot U^2\cdot\omega\cdot C\quad ;\quad \text{für C} \parallel \text{R keine Änderung der Wirkleistung}$$

$$Q_C = Q_{Komp} - Q_N\quad ;\quad Q_{Komp} = P\cdot\tan\varphi\quad ;\quad C_Y(230V)\ ;\ C_\Delta(400V)$$